



Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Outline

Attività di ricerca del gruppo di MAT/09

Patrizia Daniele

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Catania

Convegno CIMAT - Maggio 2019



Componenti

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Il gruppo è costituito da:

- Patrizia Daniele, Professore Ordinario
- Laura Scrimali, Professore Associato
- Gabriella Colajanni, Dottore di Ricerca
- Giorgia Cappello, Dottoranda di ricerca



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Disequazioni variazionali e quasi-variazionali

Un problema di **ottimizzazione vincolato** definito su un insieme convesso può essere caratterizzato da una disequazione variazionale. Nel caso in cui l'insieme dei vincoli dipenda dalla soluzione stessa, allora si perviene ad una disequazione quasi-variazionale. La ricerca in quest'ambito ha condotto a risultati di **esistenza** per le soluzioni di disequazioni variazionali e quasi-variazionali in spazi di dimensione infinita, dotati di topologia forte o debole. I risultati ottenuti sono stati applicati ai problemi di **equilibrio del traffico** e ai modelli di **reti economico-finanziarie**, in cui i dati dipendono dal tempo, sono presenti vincoli di capacità e i vincoli di uguaglianza dipendono esplicitamente dalla soluzione di equilibrio



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Condizioni di regolarità per soluzioni di disequazioni variazionali

Si studiano proprietà delle soluzioni delle disequazioni variazionali e quasi-variazionali (**continuità, Lipschitzianità, stabilità parametrica hölderiana, differenziabilità e stime della norma**)



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Condizioni di regolarità per soluzioni di disequazioni variazionali

Si studiano proprietà delle soluzioni delle disequazioni variazionali e quasi-variazionali (**continuità, Lipschitzianità, stabilità parametrica hölderiana, differenziabilità e stime della norma**)

Dualità infinito-dimensionale

La teoria classica della dualità non può essere applicata ai problemi di dimensione infinita, in quanto nella maggior parte dei casi l'insieme dei vincoli ha interno vuoto. Si studia, pertanto, la dualità non lineare di dimensione infinita mediante l'uso di **teoremi di separazione** basati sul concetto di **interno quasi-relativo**



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Metodi risolutivi per disequazioni variazionali e quasi-variazionali

Si studiano procedure computazionali per il calcolo delle soluzioni delle disequazioni variazionali e quasi-variazionali (**metodo di Eulero modificato, metodo delle proiezioni, metodo del sottogradiente, metodo di discretizzazione, metodo delle funzioni di merito**)



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Metodi risolutivi per disequazioni variazionali e quasi-variazionali

Si studiano procedure computazionali per il calcolo delle soluzioni delle disequazioni variazionali e quasi-variazionali (**metodo di Eulero modificato, metodo delle proiezioni, metodo del sottogradiente, metodo di discretizzazione, metodo delle funzioni di merito**)

Problemi di equilibrio con dati dinamici e random

Si studiano reti di traffico in presenza di vincoli di capacità, in cui i flussi e le richieste dipendono dal tempo oppure i dati sono affetti da un certo grado di **incertezza** e si perviene ad una condizione di Wardrop generalizzata. In tal caso le condizioni di equilibrio sono caratterizzate da una **disequazione variazionale dinamica o random**. Le disequazioni variazionali random sono state applicate anche allo studio di un modello di equilibrio dei mercati spazialmente distribuiti, in cui i consumatori attribuiscono dei pesi non deterministici ai costi di trasporto e ai tempi di consegna associati al bene di consumo.



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Modelli finanziari con incertezza e rischio

Si studiano **modelli di finanza** in cui i dati evolvono nel tempo e il cui obiettivo è di massimizzare gli attivi, minimizzando, al contempo, i passivi e il rischio. Attraverso l'utilizzo del modello duale (il **mercato ombra**) si perviene alla composizione ottimale degli attivi e dei passivi



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Modelli finanziari con incertezza e rischio

Si studiano **modelli di finanza** in cui i dati evolvono nel tempo e il cui obiettivo è di massimizzare gli attivi, minimizzando, al contempo, i passivi e il rischio. Attraverso l'utilizzo del modello duale (il **mercato ombra**) si perviene alla composizione ottimale degli attivi e dei passivi

Formulazione variazionale di problemi di sicurezza informatica

Si studiano modelli di **teoria dei giochi** applicati alle catene di offerte sulla **sicurezza informatica**, anche in presenza di vincoli di budget



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Teoria Lagrangiana

Dato un problema di ottimizzazione vincolato, si applica la teoria Lagrangiana e si studia il **significato dei moltiplicatori di Lagrange**. L'analisi di tali moltiplicatori permette di capire meglio il comportamento del modello



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Teoria Lagrangiana

Dato un problema di ottimizzazione vincolato, si applica la teoria Lagrangiana e si studia il **significato dei moltiplicatori di Lagrange**. L'analisi di tali moltiplicatori permette di capire meglio il comportamento del modello

Ottimizzazione bilivello

Si studiano problemi di ottimizzazione bilivello applicati al problema del prezzo delle emissioni inquinanti. Per tali problemi si assicura l'esistenza dei moltiplicatori di Lagrange e la validità delle condizioni di ottimalità



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Effetti di ritardo

Si studiano modelli ritardati proponendo una formulazione in termini di disequazioni quasi-variazionali infinito-dimensionali. In particolare, si studia il **modello economico di Walras** in cui si considera un termine integrale di memoria che rappresenta gli stati precedenti dell'equilibrio



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Effetti di ritardo

Si studiano modelli ritardati proponendo una formulazione in termini di disequazioni quasi-variazionali infinito-dimensionali. In particolare, si studia il **modello economico di Walras** in cui si considera un termine integrale di memoria che rappresenta gli stati precedenti dell'equilibrio

Disequazioni variazionali inverse

Le disequazioni variazionali inverse sono utili per descrivere **problemi di controllo**. In particolare, si studiano mercati spazialmente distribuiti nei quali si adottano politiche di controllo per regolare la produzione e il consumo dei beni prodotti



Principali temi di ricerca

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Equilibrio di Nash

Numerosi modelli di competizione su rete sono descritti mediante il concetto di equilibrio di Nash. Tali modelli, come ad esempio i modelli di reti di telecomunicazioni o di reti di sicurezza informatica, possono essere formulati come disequazioni variazionali o quasi-variazionali. Si studiano inoltre modelli con equilibri misti, i cui utenti si comportano seguendo il **principio di equilibrio di Nash** o il **principio di equilibrio di Wardrop**, a seconda del loro potere di mercato



Alcuni risultati recenti

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

In *P. Daniele, L. Scrimali, "Strong Nash Equilibria for Cybersecurity Investments with Nonlinear Budget Constraints", P. Daniele and L. Scrimali (eds.), New Trends in Emerging Complex Real Life Problems, AIRO Springer Series 1, 199-207*, viene esaminata l'esistenza dell'equilibrio di Nash forte in un modello di teoria dei giochi applicato alla sicurezza informatica.



Definizioni fondamentali

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

- $G = (N, (X_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$: gioco
- N : insieme finito di giocatori
- X_i : insieme di strategie del giocatore i
- $u_i : X = \prod_{i \in N} X_i \rightarrow \mathbb{R}$: funzione utilità di i
- $\mathcal{P}(N)$: insieme di tutte le possibili coalizioni di giocatori



Definizioni fondamentali

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

- $G = (N, (X_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$: gioco
- N : insieme finito di giocatori
- X_i : insieme di strategie del giocatore i
- $u_i : X = \prod_{i \in N} X_i \rightarrow \mathbb{R}$: funzione utilità di i
- $\mathcal{P}(N)$: insieme di tutte le possibili coalizioni di giocatori

Definizione

$x^* \in X$ eq. di Nash per G se $\forall i \in N, u_i(x^*) \geq u_i(x_i, x_{-i}^*) \forall x_i \in X_i$,

cioè si ottiene un equilibrio di Nash quando nessun giocatore può modificare unilateralmente la sua strategia per migliorare la propria utilità



Definizioni fondamentali

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Definizione

$x^* \in X$ Pareto efficiente se \nexists una strategia $\forall x \in X$:

$$u_i(x) \geq u_i(x^*), \forall i \in N,$$

cioè una strategia Pareto efficiente (o ottimale) è una situazione in cui nessun giocatore può migliorare la propria utilità senza ridurre l'utilità di qualcun altro.



Definizioni fondamentali

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Definizione

$x^* \in X$ eq. di Nash forte se $\forall C \subseteq N \nexists$ una strategia $\forall x_C :$

$$u_i(x_C, x_{-C}^*) > u_i(x^*), \quad \forall i \in C,$$

cioè l'equilibrio di Nash forte è una strategia per cui nessuna coalizione di giocatori ha una deviazione redditizia che migliori l'utilità di ciascun membro della coalizione



Definizioni fondamentali

Attività di ricerca
del gruppo di
MAT/09

Patrizia Daniele

Definizione

$x^* \in X$ eq. di Nash forte se $\forall C \subseteq N \nexists$ una strategia $\forall x_C :$

$$u_i(x_C, x_{-C}^*) > u_i(x^*), \quad \forall i \in C,$$

cioè l'equilibrio di Nash forte è una strategia per cui nessuna coalizione di giocatori ha una deviazione redditizia che migliori l'utilità di ciascun membro della coalizione

Osservazione

- 1 *Equilibrio di Nash forte \Rightarrow Pareto efficiente*
- 2 *Equilibrio di Nash + Pareto efficiente \Rightarrow equilibrio di Nash forte*