Programmazione Lineare

1. Un ambulante vende panini e bibite. Il suo camion può tollerare 60 kg di merce. Un panino pesa 2 etti e una bibita pesa 3 etti. Per esperienza, il venditore sa che ha bisogno di almeno 60 bibite e 80 panini. Sapendo che il profitto per ogni panino è di 80 centesimi e per ogni bibita è di 40 centesimi, trovare quanti panini e quante bibite deve caricare sul camion per massimizzare i profitti.

2. Una gelateria vende gelati alla fragola e granite di fragola rispettivamente a 8 € e 6 € al kg. Per esperienza il gelatiere sa che conviene produrre giornalmente non più di 40 kg complessivi di gelato e granita. Un kg di gelato richiede 30 fragole e 2 etti di zucchero; un kg di granita richiede 20 fragole e 1 etto di zucchero. Sapendo che la gelateria dispone giornalmente di 900 fragole e di 6 kg di zucchero, determinare quanti kg di gelato e quanti kg di granita deve preparare il gelatiere per massimizzare i profitti.

3. Un artigiano produce candele bianche e candele blu. Per ogni candela bianca impiega 18 minuti, per ogni candela blu ne impiega 20 e ha a disposizione 8 ore giornaliere. Per esperienza, l'artigiano sa che necessita di non più di 15 e non meno di 10 candele bianche e non più di 12 e non meno di 8 candele blu. Le spese di produzione di ogni candela bianca sono pari a 1 € e di ogni candela blu sono pari a 2 €. Sapendo che il prezzo di vendita di ogni candela bianca è di 6 € e di ogni candela blu è di 8 €, quante candele gli conviene produrre al giorno per massimizzare i ricavi?

4. Un'azienda deve produrre due tipi di tessuto: A e B. Per produrre un quintale di tessuto A occorrono 28 kg. di lana e 7 kg. di cotone; per produrre un quintale di tessuto B occorrono 7 kg. di lana e 14 kg. di cotone. Inoltre, per produrre i tessuti occorrono 3 ore di lavoro per ogni quintale di prodotto di un operaio specializzato. La disponibilità settimanale è di 168 kg. di lana, 84 kg. di cotone e 42 ore di lavoro specializzato. Sapendo che i guadagni sono di 200 € e 100 € rispettivamente, determinare quanti quintali di tessuto A e di tessuto B conviene produrre per massimizzare i profitti.

5. Il reparto carrozzeria di una casa automobilistica non può produrre giornalmente più di 6 auto, alcune del modello A, altre del modello B. I turni di lavoro sono al massimo di 8 ore: ogni auto di tipo A richiede 2 ore di lavoro, ogni auto di tipo B 1 ora. Sono disponibili giornalmente 12 quintali di lamiera: ogni auto di tipo A ne richiede 2, ogni auto di tipo B ne richiede 3. Ogni auto A è venduta a 20.000 €, ogni auto B a 15.000 €. Come deve produrre giornalmente il reparto per massimizzare i ricavi?

6. Una fabbrica di motocicli produce 2 tipi di scooter che passano attraverso 4 fasi di lavorazione; le ore necessarie per ogni fase di lavorazione sono riportate nella tabella seguente, in cui compaiono anche le ore settimanali a disposizione per ciascuna fase:

	Fase a	Fase b	Fase c	Fase d
Fast	1	1,5	3	2,5
Speedy	2,5	2,5	3	4
Ore settimanali	155	200	240	400

Il guadagno netto è di 2.000 € su ogni Fast e di 3.000 € su ogni Speedy. Come conviene produrre per massimizzare i profitti?

7. $$\begin{cases} \min\left\{ 3y_1 + \lambda y_2 + 2y_3 \right\} \\ y_1,\ y_2,\ y_3 \geq 0 \\ y_1 + \lambda y_3 \geq 1 \\ \lambda y_2 - 2y_3 \geq 1 \end{cases} \qquad \lambda \in \left]0, \frac{2}{3}\right[$$

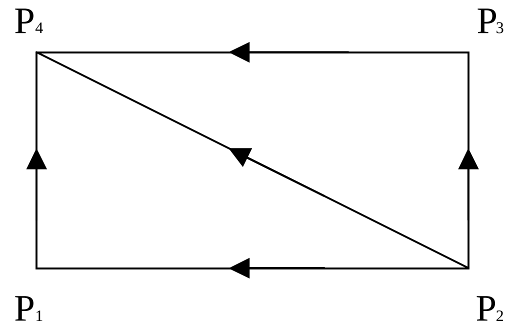
8. $$\begin{cases} \min\left\{ 2y_1 + y_2 + 2\lambda y_3 \right\} \\ y_1,\ y_2,\ y_3 \geq 0 \\ \lambda y_1 + y_3 \geq 1 \\ 2y_2 - \lambda y_3 \geq 1 \end{cases} \qquad \lambda > 1$$

9. $$\begin{cases} \min\left\{ 3y_1 + (\lambda+1) y_2 + 2y_3 \right\} \\ y_1,\ y_2,\ y_3 \geq 0 \\ y_1 + \lambda y_3 \geq 1 \\ \lambda y_2 - 2y_3 \geq 2 \end{cases} \qquad \lambda > 2$$

Reti di traffico

1. Trovare, al variare di $\lambda \geq 0$, la soluzione di equilibrio per la rete indicata in figura, sapendo che:

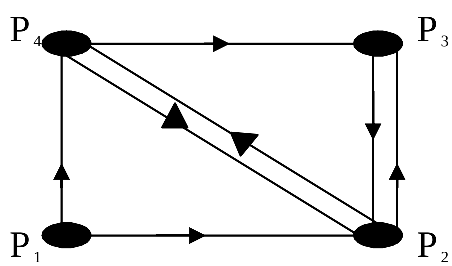
$$W = \{(P_2, P_4)\}$$
$$c_{P_1 P_4} = f_{P_1 P_4} + \lambda$$
$$c_{P_2 P_1} = f_{P_2 P_1} - 1$$
$$c_{P_2 P_3} = 2 f_{P_2 P_3} + 2$$
$$c_{P_2 P_4} = f_{P_2 P_4} + 1$$
$$c_{P_3 P_4} = f_{P_3 P_4} + 3$$



$$\rho(P_2, P_4) = 150 .$$

2. Trovare, al variare di $0 \leq \lambda \leq 77$, la soluzione di equilibrio per la rete indicata in figura, sapendo che:

$$W = \{(P_1, P_2), (P_2, P_3)\}$$
$$c_{P_1 P_2} = f_{P_1 P_2} + 2$$
$$c_{P_1 P_4} = f_{P_1 P_4} - 1$$
$$c_{P_2 P_3} = f_{P_2 P_3} + \lambda + 2$$
$$c_{P_2 P_4} = f_{P_2 P_4} + 1$$
$$c_{P_3 P_2} = f_{P_3 P_2} - 1$$
$$c_{P_4 P_2} = f_{P_4 P_2} + 2$$
$$c_{P_4 P_3} = f_{P_4 P_3} + 1$$



$$\rho(P_1, P_2) = 160$$
$$\rho(P_2, P_3) = 90 .$$

3. Trovare, al variare di $0 \leq \lambda \leq \frac{198}{2}$, la soluzione di equilibrio per la rete indicata in figura, sapendo che:

$$W = \{(P_1, P_3)\}$$
$$c_{P_1P_2} = f_{P_1P_2} + \lambda + 2$$
$$c_{P_1P_3} = f_{P_1P_3} + \lambda$$
$$c_{P_2P_3} = f_{P_2P_3} + 2\lambda$$
$$c_{P_4P_3} = f_{P_4P_3} + \lambda + 1$$
$$c_{P_2P_4} = f_{P_2P_4} + 2\lambda - 1$$

$$\rho(P_1, P_3) = 200$$